Capitulo 55- Análise de incerteza

Capítulo 55- Análise de incerteza

55.1 Introdução

Pretendemos explicar, de uma maneira bastante prática, a utilidade da Análise de Incerteza. Serão evitadas as demonstrações trabalhosas e detalhadas, que poderão ser encontradas nos livros de Mays e Tung (1992), Lamberson e Kapur (1977), Elsayed, (1996) e Te Chow (1988).

É importante, sempre que se fizer a aplicação de uma fórmula, que seja avaliado o erro nela cometido, pois, as variáveis que introduzimos contêm erros. Neste sentido, basta substituir os valores e fazer várias simulações.

Em análise de redes de água, costuma-se variar os coeficientes para verificar a sensibilidade da mesma face às mudanças. Uma maneira mais correta de se verificar a Análise de Incerteza em fórmulas é aplicando a Fórmula de Taylor. Desta aplicação resultou o chamado *Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem.*

Na Hidrologia, Hidráulica e Estruturas é importante a Análise de Incerteza. As variáveis dependentes de uma fórmula, normalmente, apresentam incertezas que por sua vez, se refletem na variável independente.

Vamos procurar mostrar, através de exemplos, o uso desta ferramenta indispensável aos engenheiros para avaliação correta de seus cálculos.

A Análise de Incerteza é conhecida também como *Método Delta ou Método de Análise de Incerteza de Primeira Ordem.*

55.2 Fórmula Racional

Como exemplo, mostraremos a Fórmula Racional:

$$Q = C \cdot I \cdot A \qquad \textbf{Equação 55.1}$$

Sendo:
Q= vazão em litros por segundo;
C= coeficiente adimensional relativo à impermeabilização do solo;
I= intensidade de chuva em litros/segundo x hectare;
A= área em hectares.

As incertezas na Equação (55.1) referente ao coeficiente C, à intensidade de chuva e à área de drenagem, fornecerão uma incerteza ao valor da vazão Q.

Os dados do problema são:

O valor adotado do coeficiente C da fórmula racional é C=0,82 e o erro estimado em sua avaliação é de 7% ou seja o coeficiente de variação de C é Ω_C =0,07.

Quanto a intensidade adotada é de 300 l/s x hectare, sendo que a estimativa de erro na avaliação da Intensidade I é de 17% ou seja o coeficiente de variação de I é Ω_I =0,17.

A área A de captação é 7,5 hectares e o erro de estimativa cometido é de 5% ou seja o coeficiente de variação de A é Ω_A=0,05.

Substituindo os valores na formula racional temos:

$$Q = C \cdot I \cdot A = 0{,}82 \cdot 300 \cdot 7{,}5 = 1.845 \text{ litros/segundo}$$

Queremos achar a incerteza final Ω_Q na fórmula racional, considerando as incertezas nas variáveis C , I e A.

$$\Omega^2_{Q=} (\delta Q/\delta C)^2 \cdot (\underline{C}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega^2_c + (\delta Q/\delta I)^2 \cdot (\underline{I}/\underline{Q})^2\, \Omega^2_I + (\delta Q/\delta A)^2 \cdot (\underline{A}/\underline{Q})^2\, \Omega^2_A$$

Sendo:
C, I, A = são os valores das variáveis independentes;
$\delta Q/\delta C$ = derivada da Equação (55.1) em relação a C;
$\delta Q/\delta I$ = derivada da Equação (55.1) em relação a I;
$\delta Q/\delta A$ = derivada da Equação (55.1) em relação a A.

Substituindo teremos:

$$\Omega^2_{Q}= (\underline{I}.\ \underline{A})^2 \cdot (\underline{C} / \underline{C}.\ \underline{I}.\ \underline{A})^2 \cdot \Omega^2_c + (\underline{C}.\ \underline{A})^2 \cdot (\underline{I}/\underline{C}.\underline{I}.\underline{A})^2\ \Omega^2_I + (\underline{C} .\ \underline{I})^2 \cdot (\underline{A}/\underline{C}.\underline{I}.\underline{A}.)^2\ \Omega^2_A$$

Fazendo as simplificações, teremos:

$$\Omega^2_{Q}= \Omega^2_c + \Omega^2_I + \Omega^2_A \qquad \textbf{Equação 55.2}$$

Substituindo os valores:

$$\Omega^2_Q = (0{,}07)^2 + (0{,}17)^2 + (0{,}05)^2 =0{,}0363$$

$$\Omega_Q = (0{,}0363)^{0,5} =0{,}19052, \text{ ou seja, } 0{,}19$$

Portanto, para a vazão de 1.230 l/s temos uma incerteza de 0,19, ou seja, de 19%. É importante observar que as variáveis C, I e A são independentes uma das outras.

O *coeficiente de variação* da vazão na Equação (55.1) é:

$$\Omega_Q = \sigma_Q / \mu_Q$$

Então, o *desvio padrão* será:

$$\sigma_Q = \Omega_Q \cdot \mu_Q$$

$$\sigma_Q = 0{,}19 \cdot 1.845 =350{,}55 \text{ l/s} = 0{,}355 \text{ m}^3/\text{s}$$

55.4 Fórmula de Manning para seção plena

Vamos usar a Fórmula de Manning para seção plena nas unidades do sistema internacional (S.I.).

$$Q= 0{,}312 \cdot n^{-1} \cdot D^{8/3} \cdot I^{1/2} \qquad \textbf{Equação 55.3}$$

sendo:
Q = vazão em metro cúbico por segundo (m^3/s);
n = coeficiente de rugosidade de Manning (adimensional);
D = diâmetro da tubulação em metros (m);
I = declividade da tubulação em metro por metro (m/m).

Queremos a incerteza da vazão Q na **Equação (55.3).** As variáveis dependentes n, D e I possuem incertezas.

A rugosidade de Manning n = 0,015 com incerteza de 5%, ou seja, Ω_n = 0,05.

A declividade I= 0,001 m/m com incerteza de 7%, ou seja, Ω_I= 0,07.

Consideremos que o diâmetro seja de 1,50m com incerteza de 1%, ou seja, com coeficiente de variação Ω_D= 0,01.

Vamos calcular a vazão Q usando os dados fornecidos:

$$Q= 0{,}312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot \underline{I}^{1/2} = 0{,}312 \cdot 0{,}015^{-1} \cdot 1{,}5^{8/3} \cdot 0{,}001^{1/2}$$

$$Q= 1{,}938 \text{ m}^3/\text{s} = 1.938 \text{ l/s}$$

Queremos calcular a incerteza no cálculo da vazão da Equação (55.3) para seção plena.

$$\Omega^2_{Q}= (\delta Q/\delta n)^2 \cdot (\underline{n}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega^2_n + (\delta Q/ \delta D)^2 \cdot (\underline{D}/\underline{Q})^2\ \Omega^2_D + (\delta Q/ \delta I)^2 \cdot (\underline{I}/\underline{Q})^2\ \Omega^2_I$$

Sendo:
n, D, I = são os valores das variáveis independentes;
$\delta Q/\delta n$= derivada da fórmula(2) em relação a n;
$\delta Q/\delta I$ = derivada da fórmula(2) em relação a I;
$\delta Q/\delta D$ = derivada da fórmula(2) em relação a D.

$\Omega^2_{Q=}$ ($-0{,}312 \cdot \underline{n}^{-1-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot \underline{I}^{1/2})^2 \cdot (\underline{n} / \underline{Q})^2 \cdot \Omega_n{}^2 + (0{,}312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot (8/3) \cdot \underline{D}^{8/3-1} \cdot \underline{I}^{1/2})^2 \cdot (\underline{D}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega_D{}^2 + (0{,}312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot (1/2) \cdot \underline{I}^{1/2-1})^2 \cdot (\underline{I}/\underline{Q})^2 \cdot \Omega_I{}^2$

Substituindo o valor de $Q= 0{,}312 \cdot \underline{n}^{-1} \cdot \underline{D}^{8/3} \cdot \underline{I}^{1/2}$
e fazendo as simplificações:

$$\Omega^2_Q = \Omega_n{}^2 + (8/3)^2 \cdot \Omega_D{}^2 + (1/2)^2 \cdot \Omega_I{}^2$$

$$\Omega^2_Q = \Omega_n{}^2 + (64/9) \cdot \Omega_D{}^2 + (1/4) \cdot \Omega_I{}^2 \quad (4)$$

Como temos os coeficientes de variação de n , D e I, fazendo as substituições na fórmula(4), temos:

$$\Omega^2_Q = (0{,}05)^2 + (64/9) \cdot (0{,}01)^2 + (1/4) \cdot (0{,}07)^2$$

$$\Omega^2_Q = 0{,}0025 + 0{,}00071 + 0{,}001225 = 0{,}004435$$

$\Omega_Q = \sqrt{0{,}004435} = 0{,}066595$, ou seja, $\Omega_Q = 0{,}0670$

Assim, a incerteza nas variáveis independentes n , D e I acarretam, na variável dependente Q, a incerteza de 6,7%, ou seja, coeficiente de variação de $\Omega^2_Q = 0{,}067$.

O desvio padrão é dado pela fórmula abaixo,

$$\boldsymbol{\sigma_Q = \Omega_Q \cdot \mu_Q}$$

substituindo os valores:

$$\sigma_Q = 0{,}067 \cdot 1938 = 129{,}85 \text{ l/s} = 0{,}12985 \text{ m}^3/\text{s}$$

55.5 Bibliografia e livros consultados

-CHOW, VEN TE et al, 1988, *Applied Hydrology*, Mc Graw-Hill.
-ELSAYED A. ELSAYED, 1996, *Reliability Engineering*, Addison Wesley Longman;
-HOFFMANN, RODOLFO e VIEIRA, SÔNIA 1983, *Análise de Regressão- Uma Introdução à Econometria*, Editora Hicitec-SP.
-KAPUR, K.C. e LAMBERSON, L.R. 1977, *Reliabity in Engineering Design*, John Wiley & Sons;
-MAYS, LARRY W. e TUNG, YEOU-KOUNG *Hydrosystems Engineering & Management*,1992, McGraw-Hill;